

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2026

Note au sujet de la propriété intellectuelle de l'examen de l'Ordre des ingénieurs du Québec (« l'Ordre »)

Cet examen est la propriété exclusive de l'Ordre et son utilisation est strictement limitée à des fins académiques et personnelles. Toute reproduction, distribution ou utilisation commerciale non autorisée de cet examen constitue une violation de la propriété intellectuelle de l'Ordre et est strictement interdite. L'Ordre se réserve le droit de prendre toutes les mesures légales appropriées contre toute utilisation non autorisée de son examen.

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

23-IN-A7

Fiabilité et maintenabilité

Question n°1 (15 points) – Variables aléatoires

Soit X est une variable aléatoire normale avec une espérance égale à 3 et une variance unitaire $X \sim N(3,1)$. Y est une nouvelle variable définie comme :

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

- a) (5 points) Calculez l'espérance $E\{Y\}$ et la variance $VAR\{Y\}$ de la nouvelle variable Y en fonction du paramètre n .
- b) (5 points) Un changement de variable a été effectué, tel que : $Z = X - 3$, calculez l'espérance $E\{Z\}$ et la variance $VAR\{Z\}$.
- c) (5 points) Calculez l'espérance $E\{U\}$ et la variance $VAR\{U\}$ de la nouvelle variable U :

$$U = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i$$

Question n°2 (20 points) – Inférence - méthode des moments

Considérant que la variable $X \in \mathbb{R}^+$ suit une distribution exponentielle f_X . Le tableau suivant regroupe 21 échantillons de X :

113,7	40,8	18,2	63,0	137,2	57,6	59,1
35,7	52,5	2,3	115,1	43,7	63,4	60,8
12,5	193,9	2,8	100,3	57,2	91,9	187,3

On vous demande :

- a) (5 points) Estimez l'espérance $E\{X\}$.
- b) (5 points) Identifiez le paramètre λ de la distribution paramétrique avec la méthode des moments. Les fonctions de densité de probabilité et de répartition sont respectivement :

$$f_X(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad F_X(x; \lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- c) (3 points) Quelle est la probabilité pour que $X \leq 100$?
- d) (3 points) Quelle est la probabilité pour que $X = 66,66$?
- e) (4 points) Quelle est la probabilité pour que $20 \leq X \leq 50$?

Question n°3 (20 points) – Régression linéaire

Une étude expérimentale a permis d'établir une relation entre la puissance dissipée P [Watt] et le courant électrique du circuit d'alimentation I [Amp]. La figure illustre 12 données expérimentales. Les valeurs des mesures expérimentales sont indiquées au tableau ci-dessous (l'erreur de mesure de la puissance est estimée à ± 5 W @95% et pour l'intensité du courant ± 0.05 Amp @95%).

I (Amp)	53	54	61,5	63	70,5	71	72	74	77	79	79	80
P (Watt)	33731	34155	45428	48034	60171	61790	61652	66641	70363	74770	74045	76561

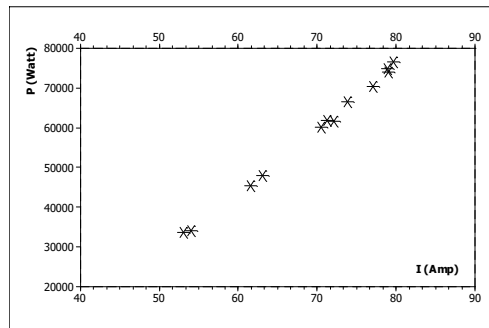


Figure 1. Relation Puissance-Courant (question 3) – à titre indicatif seulement

On vous demande :

- (10 points) En considérant le modèle $P = a_1 I^2 + \varepsilon$, où $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$. On vous demande d'estimer le paramètre a_1 par la méthode de moindres carrés.
- (5 points) Est-ce que la valeur de a_1 est significative ? Justifiez par un test statistique.
- (5 points) Calculez le coefficient de corrélation linéaire (Pearson) entre les deux variables P et I^2 . Est-ce qu'il peut être considéré comme "significatif"? Justifiez votre réponse en considérant la taille de l'échantillon $n = 12$ et un seuil d'erreur $\alpha = 0.05$.

Question n° 4 (10 points) - Probabilités

Le temps d'attente d'une transaction peut être modélisé par une loi exponentielle avec une espérance mathématique de 2 minutes. On vous demande :

- a) (4 points) Donnez l'expression mathématique de la densité de probabilité régissant le temps d'attente.
- b) (3 points) Déterminez la probabilité que le délai soit inférieur à 2 minutes.
- c) (3 points) Déterminez la probabilité que le délai soit supérieur à 6 minutes.

Question n° 5 (10 points) - Probabilités

Dans un lot de 45 composants, cinq (5) sont défectueux. On **pige aléatoirement avec remise** 3 composants parmi les 45. On vous demande :

- a) (4 points) Estimez la probabilité qu'on obtienne 2 composants non conformes.
- b) (3 points) Quelle est la probabilité que le deuxième composant soit défectueux ?
- c) (3 points) Considérant que le deuxième composant était non conforme, quelle est la probabilité que le premier ne le fût pas ?

Question n° 6 (10 points)

Vous devez juger des performances d'un fournisseur à livre des pilules ayant le bon poids (en mg). Une campagne de mesures sur de 100 pilules a été menée, ci-joint les statistiques élémentaires :

	<u>Valeurs</u>
Taille de l'échantillon n	100
Moyenne estimée	49.77 mg
Écart type estimé	2.15 mg
Valeur maximale mesurée	53.9 mg
Valeur minimale mesurée	46.8 mg

(10 points) On considère que la variable suit une distribution gaussienne (normale). On vous demande, et si le requis est de **50±5 mg**, quelle est le pourcentage des non-conformités que vous pouvez prédire ?

Question n° 7 (15 points) – Teste d'adéquation

Supposons qu'il existe deux méthodes de fabrication (méthode A et méthode B) pour fabriquer un produit et que ces deux méthodes génèrent deux types de défauts : type 1 et type 2. Nous voulons **vérifier si le type de défaut dépend de la méthode de fabrication.**

	Défaut 1	Défaut 2	Total
Méthode A	18	7	25
Méthode B	9	16	25
Total	27	23	50

On vous demande :

- (5 points) Formulez les hypothèses statistiques H_0 et H_a pour ce tableau de contingence.
- (10 points) Peut-on considérer comme vraisemblable l'hypothèse selon laquelle la méthode employée n'a pas d'influence sur le type de défaut ? Justifiez votre réponse par un test statistique.

Fin du questionnaire